



6CFE01-508

Montes: Servicios y desarrollo rural
10-14 junio 2013
Vitoria-Gasteiz



Edita: Sociedad Española de Ciencias Forestales
Vitoria-Gasteiz, 10-14 junio de 2013
ISBN: 978-84-937964-9-5
© Sociedad Española de Ciencias Forestales

Nuevas ecuaciones de cubicación para pino silvestre en “aguas vertientes” (El Pinar, Segovia)

RECIO GARRIDO, A.¹, MARTÍNEZ DE ROJAS, I.¹, BRAVO-FERNÁNDEZ, J.A.¹

¹ Depto. Economía y Gestión Forestal. Universidad Politécnica de Madrid. Ciudad Universitaria, s/n 28040 Madrid.
alfredo.bravo@upm.es, isaac.martinez@upm.es, recio.angel@hotmail.com

Resumen:

El monte “Aguas Vertientes” (El Espinar) es el nº 138 del C.U.P. de Segovia. Se trata de una masa natural de pino silvestre, con abundante melojo en sus cotas inferiores. Su primer Proyecto de Ordenación fue redactado en 1904, estando actualmente redactada y en fase de aprobación la novena revisión. La madera de pino obtenida es elaborada en un aserradero cercano, perteneciente a la misma entidad propietaria. Durante los últimos años los responsables de dicho aserradero vienen manifestando que la cubicación en pie realizada por la administración forestal presenta errores de magnitud suficiente como para ser necesaria su corrección. Este trabajo ha consistido en comprobar la fiabilidad de los valores modulares empleados hasta ahora, y elaborar nuevas ecuaciones de cubicación. Para ello se ha manejado una muestra de 234 pinos repartidos en malla cuadrada y cubitados en pie mediante el método de Pressler-Bitterlich. Como resultado, se propone una ecuación de doble entrada (función de diámetro normal y altura) para todo el monte; y una ecuación de una entrada (función de diámetro normal) para cotas superiores e inferiores a 1.500 m. Los nuevos modelos son validados mediante una muestra independiente.

Palabras clave:

Inventario; Dasometría; Relascopio de Bitterlich; Producción de madera.

1. Introducción

El pino silvestre (*Pinussylvestris* L.) es quizás la especie arbórea más emblemática de la sierra del Guadarrama, siendo su madera aprovechada y muy valorada desde mucho tiempo atrás. El monte 138 del C.U.P. de Segovia “Aguas Vertientes” no es una excepción, existiendo escritos del siglo XVI donde se deja constancia de las labores de extracción de madera del mismo para construcción de obras tan importantes como el monasterio de San Lorenzo el Real, en El Escorial (PRIETO y SÁEZ, 1991). Se viene observando en los últimos años que los cálculos volumétricos de la madera “en pie”, realizados por la Administración, difieren sobremanera del volumen que llega al aserradero que se abastece de este monte; siendo este último, en el caso de algunos lotes, de hasta un 20-30% menos de lo calculado en pie. Parece ser que los “valores modulares” que utiliza la Administración para realizar sus cálculos de madera “en pie” pueden haberse quedado obsoletos, pues en las masas regulares “... la evolución de la altura media provoca un desplazamiento de la recta representativa del volumen en función del diámetro, y por tanto, obliga a calcular nuevas tarifas en inventarios sucesivos” (PITA, 1967). Se desconoce cuándo se elaboraron ni qué métodos se aplicaron para llegar hasta estos valores, es por ello que se proponen unas nuevas ecuaciones para cubicar los árboles en pie (principal objetivo del trabajo fin de carrera en el que se basa este texto, RECIO (2012)).

2. Objetivos

Los objetivos del presente trabajo son los siguientes:

Comprobarla fiabilidad de los valores modulares utilizados hasta ahora sobre una muestra actual.

Analizarla influencia de la cota en el crecimiento en altura y, por lo tanto en volumen, de los árboles del monte.

Construir una tarifa de cubicación de una entrada. $V=f(d)$

Construir una tabla de cubicación de dos entradas. $V=f(d,H)$

La razón principal de construir una tarifa de una entrada y una tabla de dos es porque las primeras, siendo las utilizadas por la Administración a día de hoy, dejan de ser válidas con el tiempo aplicadas a masas regulares, lo que no ocurre con las ecuaciones dependientes de más de una variable.

3. Metodología

3.1. Datos utilizados

El monte “Aguas Vertientes” N°138 del .C.U.P. de Segovia está situado en la provincia de El Espinar. Ubicado en la Sierra del Malagón, dentro de la Sierra de Guadarrama, ocupando las laderas septentrionales del tramo de divisoria entre el Cerro Piñonero al este y el Arroyo del Boquerón al oeste. Al norte se encuentran los núcleos urbanos de El Espinar y San Rafael y la nacional N-VI; al sur limita con los montes “Pinar de Guadarrama” en el término municipal de Guadarrama (Madrid) y “Pinar de Peguerinos” en el municipio de Peguerinos (Ávila). Al este limita con el monte “Cotera del León”, monte n° 141 del C.U.P. en el término de El Espinar y al oeste el límite viene marcado por el camino del Boquerón. El monte tiene una superficie de 2.196,17 ha y se divide en cinco cuarteles. Cuatro de ellos componen la masa principal de pinar de silvestre mientras que el quinto cuartel tiene como especie predominante el melojo (*Quercus pyrenaica* Willd.); por tanto, para el desarrollo de las nuevas ecuaciones para el pino silvestre se ha obviado este último cuartel quedando una superficie del área de estudio de 1.949,23 ha.

Se han obtenido datos de 270 árboles distribuidos por todo el monte (Tablas 1 y 2). Se obtuvieron mediante el empleo de mallas cuadradas, de distinto tamaño, con el fin de tener por un lado una muestra de ajuste con datos de 234 pies para obtener las ecuaciones y, por otro lado, una muestra independiente con 36 árboles sobre la que se validaría cada uno de los modelos obtenidos, así como los valores modulares que son utilizados a día de hoy por la Administración y comprobar su fiabilidad.

Dado que se ha observado que a mayores altitudes el crecimiento en altura es menor que en las cotas inferiores (figura 1) (el análisis completo se ha realizado mediante regresión con empleo de la cota como variable ficticia, y se puede consultar en RECIO (2012), para la construcción de la tarifa de una entrada ($V=f(d)$) se ha dividido el monte en dos secciones poniendo como límite entre ambas la cota 1.500 m. En este caso, los tamaños de muestra son los dados en las tablas 3 y 4. Hay que apuntar que uno de los pies correspondiente al estrato de cota superior a los 1.500 m fue omitido para los cálculos al tener unos valores anómalos respecto al resto, por lo tanto la muestra final sería de 233 pies.

Tabla 1. Pies utilizados para elaborar los modelos y comprobar la fiabilidad de los mismos

	<i>Nº puntos de la malla</i>	<i>Nº puntos desechados</i>	<i>Nº pies medidos</i>	<i>Nº pies medidos/ha.</i>
Muestra de elaboración	207	4	234	0,12
Muestra de validación	34	1	36	0,018

Tabla 2. Tamaños muestrales utilizados, para elaborar los modelos y para comprobar los mismos, según estratos

COTA	<i>Tamaño de muestra de elaboración (nº pies)</i>	<i>Tamaño de muestra de validación (nº pies)</i>
<i>Por debajo de 1.500m</i>	144	20
<i>Por encima de 1.500m</i>	89	16

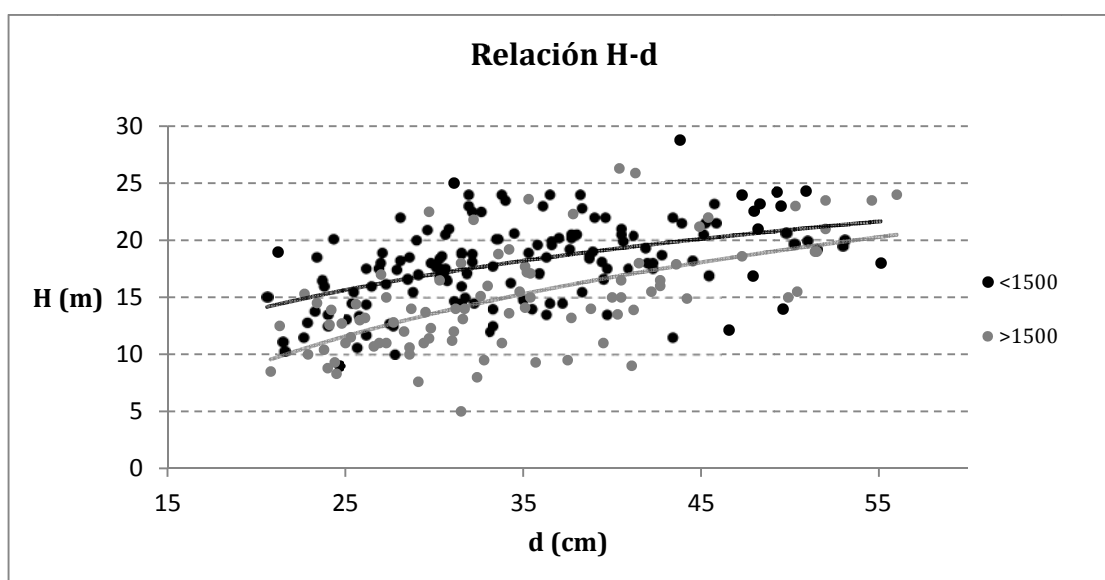


Figura 1. Relación altura-diámetro normal de la muestra según estrato

En cada punto de ambas mallas se replanteó una parcela circular de 10 m de radio en la que se midió el diámetro normal de todos los pies mayores ($d > 20$ cm) para conocer la distribución diamétrica (ancho de clase: 5 cm); a continuación se seleccionó un árbol muestra que perteneciera a la clase diamétrica predominante, o dos árboles en caso de que hubiera dos clases preponderantes. En cada uno de estos árboles se midió con forcípula el diámetro normal y la altura con relascopio de Bitterlich. El relascopio también fue utilizado para medir las variables necesarias para cubicar el volumen mediante el método de Pressler-Bitterlich. Dicho método no es válido para su aplicación a los troncos cilíndricos y está basado en la aplicación de la fórmula de Pressler:

$$V = \frac{2}{3} \cdot S_n \cdot Hp = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot Hp$$

Pero para cubicar mediante el método de Pressler-Bitterlich, la fórmula de Pressler sufre una transformación (LÓPEZ PEÑA, 2000) dando lugar a la siguiente expresión:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi}{n} \cdot d^3 \cdot Hp_a$$

Donde:

V = Volumen en m^3

n = nº de bandas de $\frac{1}{4}$ con las que cubrimos el “ d ”

d = diámetro normal en metros

Hp_a = altura aparente en metros

Hp = altura del punto directriz en metros

S_n = sección normal en metros

3.2. Modelos

Se han seleccionado 15 modelos distintos (Tabla 3) de los cuales once (modelos número 1 al 11) se utilizaron para el desarrollo de las ecuaciones de una entrada y los cuatro restantes (modelos número 12 al 15) fueron analizados para obtener la ecuación de dos entradas.

3.3. Metodología de ajuste y validación

Durante la fase de ajuste, la comparación de los modelos se ha basado en el estudio de los siguientes estadísticos: *coeficiente de determinación* R^2 , *F de Snedecor*, *media cuadrática residual* (M.C.R), *error típico de la estimación* (E.T.) y *desviación típica residual* (σ). También se analizó gráficamente cada modelo para observar posibles anomalías. En la fase de validación se comprobó el error obtenido de aplicar cada modelo estudiado sobre una muestra independiente. Una vez elegidos los modelos se analizaron las condiciones paramétricas para contrastar las hipótesis de *linealidad*, *autocorrelación*, *normalidad* y *homocedasticidad*. Para ello se realizó un estudio pormenorizado de los residuos.

4. Resultados

4.1. Comparación de modelos

En primer lugar, se ofrecen varias tablas (4, 5 y 6) donde se reflejan los valores de los parámetros estimados, de cada uno de los modelos utilizados para las ecuaciones de una entrada (según estratos) y de dos entradas. También se dan los valores de los estadísticos utilizados en la comparación de los modelos (tablas 7, 8 y 9).

Tabla 3. Modelos analizados

Nº	Nombre	Expresión
(1)	Lineal	$V = a + b \cdot dn$
(2)	Logarítmica	$V = a + b \cdot \ln dn$
(3)	Inversa	$V = a + \frac{b}{dn}$
(4)	Cuadrática	$V = a + b \cdot dn + c \cdot dn^2$
(5)	Cúbica	$V = a + b \cdot dn + c \cdot dn^2 + d \cdot dn^3$
(6)	Potencial	$V = a \cdot dn^b$
(7)	Compuesta	$V = a \cdot b^{dn}$
(8)	Curva-S	$V = e^{(a + \frac{b}{dn})}$
(9)	Crecimiento	$V = e^{(a + b \cdot dn)}$
(10)	Exponencial	$V = a \cdot e^{b \cdot dn}$
(11)	Linealizada	$\ln V = a + b \cdot \ln dn$
(12)	Schumacher	$V = a \cdot dn^b \cdot H^c$
(13)	Australiana	$V = a + b \cdot H + c \cdot dn^2 \cdot H + d \cdot (dn^2 \cdot H)^2$
(14)	Spurr	$V = a + b(dn^2 H)$
(15)	Variable combinada	$V = a + b(dn^2 H) + c(dn^2 H)^2$

Donde:

a, b, c, d : coeficientes de regresión

V : Volumen en m^3

dn : diámetro normal en cm

H : altura total en metros

Tabla 4. Parámetros estimados para los modelos usados en la ecuación de cubicación de una entrada del estrato A (cota inferior a 1.500m)

Nº	Modelo	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
(1)	Lineal	-1,206	0,058		
(2)	Logarítmica	-6,181	1,988		
(3)	Inversa	2,734	-63,011		
(4)	Cuadrática	0,096	-0,016	0,001	
(5)	Cúbica	0,096	-0,016	0,001	0,000
(6)	Potencial	$8,65 \times 10^{-5}$	2,546		
(7)	Compuesta	0,056	1,074		
(8)	Curva-S	2,163	-84,027		
(9)	Crecimiento	-2,881	0,072		
(10)	Exponencial	0,056	0,072		
(11)	Linealizada	-9,356	2,546		

Tabla 5. Parámetros estimados para los modelos usados en la ecuación de cubicación de una entrada del estrato B (cota superior a 1.500m)

Nº	Modelo	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
(1)	Lineal	-1,156	0,053		
(2)	Logarítmica	-5,729	1,828		
(3)	Inversa	2,466	-57,812		
(4)	Cuadrática	0,189	-0,023	0,001	
(5)	Cúbica	0,189	-0,023	0,001	0,000
(6)	Potencial	$4,57 \times 10^{-5}$	2,670		
(7)	Compuesta	0,040	1,078		
(8)	Curva-S	2,078	-87,768		
(9)	Crecimiento	-3,213	0,075		
(10)	Exponencial	0,040	0,075		
(11)	Linealizada	-9,994	2,670		

Tabla 6. Parámetros estimados para los modelos de la ecuación de cubicación de dos entradas

Nº	Modelo	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
(12)	Schumacher	0,045	2,067	0,822	
(13)	Australiana	-142,476	6,254	0,203	0,024
(14)	Spurr	10,413	0,034		
(15)	Variable combinada	-52,013	0,039	$-9,23 \times 10^{-8}$	

Tabla 7. Estadísticos de los modelos usados en la ecuación de cubicación de una entrada del estrato A (cota inferior a 1.500m). R^2 : coeficiente de determinación, F de Snedecor, $M.C.R.$: media cuadrática residual, $E.T.$: error típico de la estimación y σ : desviación típica residual.

Nº	Modelo	R^2	F	$M.C.R.$	$E.T.$	σ
(1)	Lineal	0,850	806,339	0,040	0,201	0,1998
(2)	Logarítmica	0,804	583,487	0,053	0,229	0,2285
(3)	Inversa	0,735	393,496	0,071	0,267	0,2659
(4)	Cuadrática	0,871	475,179	0,035	0,187	0,1856
(5)	Cúbica	0,871	475,179	0,035	0,187	0,1856
(6)	Potencial	0,872	968,375	0,052	0,228	0,1864
(7)	Compuesta	0,852	816,171	0,060	0,245	0,2154
(8)	Curva-S	0,864	900,522	0,055	0,235	0,1994
(9)	Crecimiento	0,852	816,171	0,060	0,245	0,2154
(10)	Exponencial	0,852	816,171	0,060	0,245	0,2154
(11)	Linealizada	0,852	968,375	0,052	0,228	0,2271

Tabla 8. Estadísticos de los modelos usados en la ecuación de cubicación de una entrada del estrato B (cota superior a 1.500m). R^2 : coeficiente de determinación, F de Snedecor, $M.C.R.$: media cuadrática residual, $E.T.$: error típico de la estimación y σ : desviación típica residual.

Nº	Modelo	R^2	F	$M.C.R.$	$E.T.$	σ
(1)	Lineal	0,847	480,535	0,039	0,198	0,1971
(2)	Logarítmica	0,793	332,345	0,053	0,231	0,2293
(3)	Inversa	0,715	218,769	0,073	0,270	0,2685
(4)	Cuadrática	0,875	300,285	0,032	0,180	0,1781
(5)	Cúbica	0,875	300,285	0,032	0,180	0,1781
(6)	Potencial	0,874	482,592	0,078	0,279	0,1792
(7)	Compuesta	0,838	450,103	0,083	0,288	0,2115
(8)	Curva-S	0,826	414,288	0,089	0,298	0,2007
(9)	Crecimiento	0,838	450,103	0,083	0,288	0,2115
(10)	Exponencial	0,838	450,103	0,083	0,288	0,2115
(11)	Linealizada	0,838	482,592	0,078	0,279	0,2778

Tabla 9. Estadísticos de los modelos utilizados en la ecuación de cubicación de dos entradas. R^2 : coeficiente de determinación, F de Snedecor, $M.C.R.$: media cuadrática residual, $E.T.$: error típico de la estimación y σ : desviación típica residual.

Nº	Modelo	R^2	F	$M.C.R.$	$E.T.$	σ
(12)	Schumacher	0,938	4052,598	16498,350	128,446	127,85412
(13)	Australiana	0,939	3047,555	16456,602	128,283	124,45117
(14)	Spurr	0,935	5796,734	17284,343	131,470	131,18629
(15)	Variable combinada	0,938	3989,434	16754,641	129,440	128,88058

Dividiremos el estudio de los distintos modelos en dos secciones, en la primera analizamos las ecuaciones utilizadas para la tarifa de una entrada y, en segundo lugar, comparamos los modelos relacionados con la tabla de dos entradas.

A) Ecuación de una entrada

En primer lugar, para los modelos Cuadrático y Cúbico (4 y 5) se deben hacer las siguientes observaciones, por las que han de descartarse ambos modelos:

- el coeficiente para “d³” en la expresión cúbica supera el límite de tolerancia para la introducción de variables, por lo tanto este término se excluye (ver tablas 6 y 7) y la ecuación resultante es exactamente igual a la cuadrática,
- además, en ambos casos el término “d” no es significativo ya que el p-valor es sensiblemente superior a 0,05, con lo que se debe suprimir al no poderse rechazar la hipótesis nula.

Del análisis gráfico (ver texto completo en RECIO, 2012) podemos obtener las siguientes conclusiones:

- se desechan las gráficas correspondientes a los modelos 1, 2 y 3 ya que estiman valores negativos a partir de ciertos diámetros.
- la tendencia de las gráficas de los modelos 7, 9 y 10 es ofrecer volúmenes anormalmente elevados para los diámetros mayores.
- por lo tanto, las gráficas que se asemejan más a la realidad son las que pertenecen a los modelos 4, 5, 6, 8 y 11.

Por último, se hace una comparativa de los estadísticos: En primer lugar se observa el *coeficiente de determinación* R². Los modelos que ofrecen unos valores superiores de este estadístico son los siguientes: modelos número 4, 5, 6, 8 y 11, para el estrato A y modelos número 4, 5, 6, 1 y 11 para el estrato B.

Otro estadístico a tener en cuenta es la *F de Snedecor* experimental. Los mayores valores indican qué modelos son los más estadísticamente significativos. Para el estrato A, los modelos que presentan los mayores valores son 6, 8 y 11; y en el caso del estrato B los que mayor valor ofrecen son los modelos número 1, 6 y 11.

También es muy importante tener en cuenta los estadísticos que están relacionados con los residuos de forma directa como son el error típico y la desviación típica. Y vienen dados por las siguientes expresiones:

$$E.T. (\text{Error típico de la estimación}) = \sqrt{(\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / (n-2))}$$

$$\sigma (\text{Desviación típica residual}) = \sqrt{(\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / n)}$$

Tanto el error típico como la media cuadrática residual presentan los valores más bajos en los modelos número 1, 4, 5, 6 y 11 para el estrato A y los modelos 1, 4, 5, 2 y 3 para el estrato B.

El último estadístico estudiado es la desviación típica residual (σ). Los modelos con menor desviación típica en el estrato A son 4, 5, 6 y 8. Para el estrato B tenemos los modelos 1, 4, 5 y 6.

Una vez estudiados los modelos y siendo desechados algunos estadística o gráficamente, se tiene como mejores opciones las ecuaciones Potencial y Linealizada.

B) Ecuación de dos entradas

Al igual que en el caso de la ecuación de una entrada, analizando los modelos utilizados para la ecuación de dos entradas, se concluye que todos son significativos pero los modelos óptimos respecto a los estadísticos son Schumacher y Australiana.

4.2. Validación de los modelos

Antes de elegir el modelo final para cada tarifa, se aplicó cada uno de los utilizados a la muestra de validación (tabla 10), independiente de la muestra de ajuste, para observar cómo se ajustan a la realidad.

Tabla 10. Porcentaje de error obtenido de aplicar cada modelo a la muestra de validación según estratos para la ecuación de una entrada. Se obtiene mediante la expresión: $\% = \frac{Vol.Real - Vol.Modelo}{Vol.Real} \cdot 100$

Modelo \ Estrato	Estrato		
	Cota <1.500 m	Cota >1.500 m	Todo el monte
Lineal(1)	2,616	-3,727	
Logarítmica(2)	4,862	-5,524	
Inversa(3)	7,336	-4,281	
Cuadrática(4)	-1,633	-1,092	
Cúbica(5)	-1,633	-1,092	
Potencial(6)	-1,994	-2,163	
Compuesta (7)	-8,639	-3,659	
Curva-S (8)	4,709	1,472	
Crecimiento (9)	-11,815	-3,791	
Exponencial (10)	-11,659	-3,183	
Linealizada (11)	-1,930	-2,103	
Schumacher (12)			-0,6784
Australiana (13)			-2,1956
Spurr (14)			-1,4274
Variable combinada(15)			-3,8463

En la tabla 10 vemos que para ambos estratos, los modelos que presentan un error más bajo son el Cuadrático, el Cúbico y el Linealizado. Y, para todo el monte, observamos que el modelo que mejor se ajusta a la muestra de validación es el de Schumacher, con un error que sobrestima (al ser negativo) en menos de un 1% el volumen real.

Por último, para comprobar la fiabilidad de los valores modulares que se utilizan a día de hoy en la cubicación en pie se ofrece la tabla 11 donde se pueden ver los resultados de aplicar estos valores a la muestra de validación.

Tabla 11. Aplicación de los valores modulares a la muestra de validación

Estrato	Vol. Real (m³)*	Vol. V.M. (m³)**	Diferencia	
			Vol. (m³)	%***
Cota <1.500 m	18,995	17,852	1,143	6,02
Cota >1.500 m	12,402	14,321	-1,920	-15,48
Todo el monte	31,397	32,173	-0,776	-2,47

* Vol. Real: volumen medido mediante el relascopio de Bitterlich

** Vol. V.M.: volumen calculado al aplicar los valores modulares sobre la muestra de validación

*** Se consigue de la siguiente manera: $\% = \frac{\text{Vol.Real} - \text{Vol.V.M.}}{\text{Vol.Real}} \cdot 100$

4.3. Elección de los modelos

Una vez hechos todos los estudios y análisis se decide tomar como mejor modelo el Linealizado para las ecuaciones de una entrada, para ambos estratos; y el modelo Schumacher para la ecuación de dos entradas.

4.4. Comprobación de las condiciones paramétricas

En el caso del modelo linealizado se comprobaron las condiciones paramétricas verificando la hipótesis de linealidad (mediante gráficas y el coeficiente de correlación de Pearson), la hipótesis de autocorrelación (indicando la no correlación entre los términos a partir del análisis de Durbin-Watson según FERRÁN,1996), la hipótesis de normalidad (a partir de los gráficos de histogramas y probabilísticos-normal P-P) y la hipótesis de homocedasticidad (comprobando gráficamente que los residuos tienen varianza constante).

Para el modelo Schumacher se hacen los mismos análisis salvo el de linealidad al ser una regresión no lineal. Todos los gráficos y resultados se ofrecen en el texto completo (RECIO, 2012).

4.5. Tarifas

Se ofrece en las tablas 12y 13la tarifa (ecuación de cubicación de una entrada) para cada estrato y en la tabla 14la tabla (ecuación de cubicación de dos entradas).

Tarifa aplicada a los rodales pertenecientes al estrato A, estrato con cotas inferiores a los 1.500m:

Valores extremos:

Diámetro menor: 20,6 cm

Diámetro superior: 55,1 cm

FÓRMULA: $Ln(V) = -9,356 + 2,546 \cdot Ln(d)$

Tarifa aplicada a los rodales pertenecientes al estrato B, estrato con cotas superiores a los 1500m:

Valores extremos:

Diámetro menor: 20,8 cm

Diámetro superior: 56,0 cm

FÓRMULA: $Ln(V) = -9,994 + 2,67 \cdot Ln(d)$

Tabla 12. Tarifa de cubicación para el estrato A (pies por debajo de los 1.500m)

C.D.	V
22,5	0,239551
27,5	0,399284
32,5	0,610936
37,5	0,879477
42,5	1,209537
47,5	1,605472
52,5	2,071412
57,5	2,611290

C.D.: clase diamétrica en cm.

V: volumen en m³.

Tabla 13. Tarifa de cubicación para el estrato B (pies por encima de los 1.500m)

C.D.	V
22,5	0,186204
27,5	0,318185
32,5	0,497038
37,5	0,728324
42,5	1,017324
47,5	1,369093
52,5	1,788489
57,5	2,280206

C.D.: clase diamétrica en cm.

V: volumen en m³.

Tablade cubicación

FÓRMULA: $V = 0,000045 \cdot d^{2,067} \cdot H^{0,822}$

Tabla I4. Tabla de cubicación

C.D. H	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5
5	0,105	0,160	0,225	0,303	0,392	0,494	0,607	0,733
6	0,122	0,185	0,262	0,352	0,456	0,574	0,705	0,851
7	0,139	0,210	0,297	0,399	0,517	0,651	0,801	0,966
8	0,155	0,235	0,332	0,446	0,577	0,727	0,894	1,078
9	0,171	0,259	0,365	0,491	0,636	0,800	0,984	1,188
10	0,186	0,282	0,398	0,535	0,694	0,873	1,073	1,296
11	0,201	0,305	0,431	0,579	0,750	0,944	1,161	1,401
12	0,216	0,328	0,463	0,622	0,806	1,014	1,247	1,505
13	0,231	0,350	0,494	0,664	0,861	1,083	1,332	1,607
14	0,246	0,372	0,525	0,706	0,915	1,151	1,415	1,708
15	0,260	0,394	0,556	0,747	0,968	1,218	1,498	1,808
16	0,274	0,415	0,586	0,788	1,021	1,284	1,580	1,906
17	0,288	0,436	0,616	0,828	1,073	1,350	1,660	2,004
18	0,302	0,457	0,646	0,868	1,124	1,415	1,740	2,100
19	0,316	0,478	0,675	0,908	1,176	1,479	1,819	2,196
20	0,329	0,499	0,704	0,947	1,226	1,543	1,898	2,290
21	0,343	0,519	0,733	0,985	1,276	1,606	1,975	2,384
22	0,356	0,539	0,762	1,024	1,326	1,669	2,052	2,477
23	0,369	0,559	0,790	1,062	1,375	1,731	2,129	2,569
24	0,383	0,579	0,818	1,100	1,424	1,793	2,205	2,661
25	0,396	0,599	0,846	1,137	1,473	1,854	2,280	2,751
26	0,409	0,619	0,874	1,174	1,521	1,914	2,354	2,842
27	0,421	0,638	0,901	1,211	1,569	1,975	2,429	2,931
28	0,434	0,657	0,929	1,248	1,617	2,035	2,502	3,020
29	0,447	0,677	0,956	1,285	1,664	2,094	2,576	3,108
30	0,460	0,696	0,983	1,321	1,711	2,153	2,648	3,196

Los datos remarcados (en negrita) en la tabla corresponden a los pares de valores a los que pertenecen los pies de la muestra.

C.D.: clase diamétrica en cm.

H: altura total en m.

V: volumen en m³.

5. Discusión

En primer lugar, queda demostrado que las ecuaciones propuestas en este trabajo como ecuaciones de cubicación son más exactas que los valores modulares que utiliza, a día de hoy, la administración para cubicar en pie. Las ecuaciones de cubicación, aunque nos proporcionen el volumen individual de cada árbol, se deben aplicar para obtener el valor global de un

conjunto de árboles y nunca para estimar el volumen de un solo pie pues esto conllevaría un error importante (PRIETO y HERNANDO, 1995). PITA (1967), indica que las tablas o tarifas son útiles para cubicar conjuntos de más de 50 árboles.

Existen multitud de ecuaciones creadas para distintas zonas geográficas ubicadas por todo el mundo, para masas tanto regulares como irregulares, para una especie en particular o varias, ecuaciones creadas a partir de la medición de una, dos o más variables... existe, en definitiva, un catálogo muy extenso de posibilidades. PRIETO y HERNANDO (1995) recogen un conjunto de 51 tarifas válidas para masas regulares de coníferas obtenidas de HUMMEL (1955), 10 tarifas para el pino silvestre de los Vosgos (noreste de Francia) en FRANÇOIS (1947) y tres series paramétricas de tarifas de cubicación de una entrada para el pino silvestre en el Orne, también en Francia, construidas por *l'Office National des Forêts* (GOUPIL, 1981). Además, en PRIETO y HERNANDO (1995) se hace una relación de algunos modelos utilizados de una entrada y para masas regulares, donde se utiliza como única variable independiente el diámetro normal, similares a las utilizadas en este trabajo.

Por otro lado, para las tarifas de doble entrada existen multitud de modelos como los recogidos en DIÉGUEZ et al (2003), donde aparecen las expresiones de Schumacher, Spurr o la fórmula Australiana; modelos que también han sido utilizados para el desarrollo del trabajo. El hecho de plantear una tabla de cubicación se debe a que, al intervenir un factor suplementario como es la altura total, se gana en precisión. Este tipo de ecuaciones son las más utilizadas y su fiabilidad depende en mayor medida de la forma de los árboles que de la especie o del lugar de crecimiento (RONDEUX, 2010).

PITA (1967) propone una serie de ecuaciones para distintas especies arbóreas a partir de una muestra de 1.698 árboles tipo procedentes de las parcelas de producción del antiguo I.F.I.E., concluyendo que la mejor para pino silvestre es la “fórmula ponderada de variable combinada”, que tiene por expresión:

$$V = a + b \cdot d^2 \cdot h + c \cdot (d^2 \cdot h)^2$$

recomendable para masas homogéneas formadas por pies que no superen el metro cúbico de volumen, y la “fórmula australiana sin ponderar”:

$$V = a + b \cdot h + c \cdot d^2 + d \cdot d^2 \cdot h$$

A partir de estas ecuaciones ROJO y MONTERO (1996) realizaron los ajustes pertinentes para una muestra de árboles tipo de pino silvestre ubicados en los pinares de Cercedilla, Navacerrada y Valsaín observándose que, en ambas ecuaciones, todos los coeficientes que no correspondían al término $d^2 \cdot h$ resultaron no significativos (al 95% de probabilidad), por lo que adquirirían una expresión similar a la “ecuación alométrica” recomendada por MARTÍNEZ MILLÁN et al (1993):

$$V = a \cdot d^b \cdot h^c$$

dando lugar en el caso de ROJO y MONTERO (1996) a la ecuación:

$$V = 0,0346 \cdot d^{2,0005} \cdot h^{1,0167}$$

En el Tercer Inventario Forestal Nacional se ofrece una tabla de cubicación semejante a esta última ecuación dada por ROJO que es la siguiente:

$$V = 0,0005131 \cdot d^{1,98463} \cdot h^{0,88673}$$

El monte *Cabeza de Hierro* en Rascafría (BRAVO y SERRADA, 2007) utiliza para cubicar la madera de su especie principal, el pino silvestre, una serie de tarifas elaboradas por Ximénez de Embún en 1957 que diferencia según calidades para los pies cuyo diámetro normal supera los 30 cm y una tarifa en común para todos los pies pertenecientes a las dos primeras clases diamétricas:

<i>Calidad I</i>	$V = -0,4690 + 8,4068 \cdot d^2$
<i>Calidad II</i>	$V = -0,3866 + 7,7264 \cdot d^2$
<i>Calidad III</i>	$V = -0,1911 + 5,7097 \cdot d^2$
<i>Clases 20-24 y 25-29 cm</i>	$V = -0,0354 + 3,6261 \cdot d^2$

Por último, en el *Proyecto de Ordenación del grupo de montes de U.P. nº 138 y 139 "Aguas Vertientes y Cañada de Gudillos"* realizado por PRIETO y SÁEZ (1991) se desarrolla el modelo matemático siguiente, diferenciando según calidades:

<i>Calidad I</i>	$V = -0,155371 + 0,8831 \cdot d^2 \cdot h - 0,091184 \cdot (d^2 \cdot h)^2$
<i>Calidad II</i>	$V = 0,036493 + 0,344379 \cdot d^2 \cdot h - 0,003535 \cdot (d^2 \cdot h)^2$
<i>Calidad III</i>	$V = 0,008934 + 0,389017 \cdot d^2 \cdot h - 0,001392 \cdot (d^2 \cdot h)^2$

Vemos que las ecuaciones utilizadas por ROJO y MONTERO (1996) y en el Tercer IFN se asemejan a la ecuación de cubicación de dos entradas propuesta en este trabajo. Mientras que BRAVO y SERRADA (2007) proponen tarifas en las que la única variable independiente es el diámetro normal, pero dividiendo el monte en calidades, cada una con su propia tarifa. Para el monte que nos ocupa, Aguas Vertientes, PRIETO y SÁEZ (1991) propusieron distinguir tres calidades distintas en el monte y aplicar ecuaciones distintas, de expresión similar a la de variable combinada (también estudiada en este trabajo), a cada una de las calidades. En nuestro caso, para la ecuación de una entrada se ha dividido el monte en dos secciones teniendo como límite la cota 1.500m. y se ha elaborado una tarifa distinta para cada una de las mismas. Además, se propone como alternativa una ecuación de dos entradas en la que además del diámetro normal se introduce la altura total como variable independiente para evitar dividir por calidades y la necesidad de elaborar nuevas ecuaciones de una entrada en los próximos años.

6. Conclusiones

Se ha comprobado la escasa fiabilidad de los valores modulares que vienen siendo utilizados hasta ahora ya que, aplicándose a una muestra actual, las diferencias con respecto al volumen real calculado son bastante amplias.

Se ha observado que conforme se va subiendo en altitud, los árboles van reduciendo su crecimiento en altura. Por ello, la cota debe ser un factor a tener en cuenta para el cálculo volumétrico de la masa.

Se propone una nueva ecuación de cubicación de una entrada. A día de hoy, en el monte Aguas Vertientes, la Administración sólo mide el diámetro de los pies para calcular los volúmenes de los mismos, por lo tanto las tarifas de una entrada también son las más prácticas. Pero es posible que debido a la evolución de la masa en el tiempo estas tarifas se vayan quedando obsoletas y sea necesario la construcción de nuevos modelos.

También se propone una ecuación de cubicación de dos entradas ya que, aun siendo más complejas, suelen funcionar mejor que las de una entrada al ir introduciendo variables independientes, así los márgenes de error del modelo se van acotando. En nuestro caso, al introducir en el modelo una segunda variable como es la altura, se elimina la arbitrariedad que pueden ejercer otros factores, como es la cota, en el crecimiento en altura del árbol. Por ello no diferenciamos estratos cuando se aplica la ecuación de dos entradas.

7. Bibliografía

BRAVO FERNÁNDEZ, J.A., SERRADA HIERRO, R. (2007). *Tercera Revisión de la Ordenación del monte "Cabeza de Hierro" (Rascafría, Madrid)*. Documento sin publicar. 310 pp.

DIÉGUEZ ARANDA, U., BARRIO ANTA, M., CASTEDO DORADO, F., RUÍZ GONZÁLEZ, A., ÁLVAREZ TABOADA, M., ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J., ROJO ALBORECA, A. (2003). *Dendrometría*. Fundación Conde del Valle de Salazar y Mundi-Prensa. 327 pp.

FERRÁN ARANAZ, M. (1996). *SPSS para Windows. Programación y análisis estadístico*. MacGraw-Hill. Madrid. 580 pp.

FRANÇOIS, L. (1947). *Le pin sylvestre de race noble*. Revue des Eaux et Forêts. 354-373.
GOUPIL, Ph. (1981). *Construction de gammes de tarifs de cubage à une entréepour l'estimation sur pied du volumecommercialboisfort du Pin sylvestredansl'Orne*. Fontainebleau: Section technique de l'Office National des Forêts. 67 pp.

HUMMEL, F.C. (1955). *The volumen-basal area line: a study in forest mensuration*. ForestryCommissionBulletin, nº24, 84 pp.

LÓPEZ PEÑA, C. (2000). Utilización del relascopio de Bitterlich para la cubicación de árboles. El Coleccionable, *Forestalia*, nº3, segundo cuatrimestre.

MARTÍNEZ MILLÁN, F.J.; ARA LÁZARO, P. y GONZÁLEZ DONCEL, I. (1993). *Ecuaciones alométricas de tres variables: estimación del volumen, crecimiento y porcentaje de corteza de las principales especies maderables españolas*. Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales, I.N.I.A., 2(2): 211-228.

PITA CARPENTER, P.A. (1967). *Tablas de cubicación por diámetros normales y alturas totales*. Dirección General de Montes, Caza y Pesca Fluvial. Ministerio de Agricultura. 73 pp.

PRIETO, A., HERNANDO, A. (1995). *Tarifas de cubicación e inventario por ordenador*. Fundación Conde del Valle Salazar. E.S.T.I. Montes. Universidad Politécnica de Madrid. 274 pp.

PRIETO, A., SÁEZ, A. (1991). *Proyecto de ordenación del grupo de montes de utilidad pública nº 138 y 139*. Junta de Castilla y León. 441 pp. + anexos.

RECIO GARRIDO, A. (2012). *Ecuaciones de cubicación para pino silvestre (Pinus sylvestris L.) en el monte "Aguas Vertientes" nº 138 del C.U.P. en el término municipal de "El Espinar" (Segovia)*. Trabajo Fin de Carrera.E.U.I.T. Forestal. Universidad Politécnica de Madrid. 89 pp.

ROJO Y ALBORECA, A., MONTERO GONZÁLEZ, G. (1996). *El pino silvestre en la sierra de Guadarrama*. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. 293 pp.

RONDEUX, J. (2010). *Medición de árboles y masas forestales*. Traducción de Arturo Díaz de Barrionuevo. Ediciones Mundi-Prensa. 521 pp.